

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра механики и цифрового проектирования

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор по науке


_____ Р.Д. Еникеев

« ____ » _____ 2022 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ»

Уровень подготовки

высшее образование - подготовка научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

Научная специальность

1.1.7 Теоретическая механика, динамика машин

Квалификация (ученая степень): кандидат наук

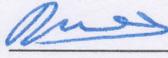
Форма обучения

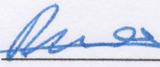
очная

Уфа 2022

Рабочая программа учебной дисциплины «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ»

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры МиЦП 20.04.2022 г., протокол № 9 и рекомендована к реализации в образовательном процессе для подготовки аспирантов по ПА 1.1.7 «Теоретическая механика, динамика машин».

Заведующий кафедрой:  А.В. Месропян, д.т.н., профессор

Составитель:  А.В. Месропян, д.т.н., профессор кафедры МиЦП

Согласовано:  Р.К. Фаттахов, к.т.н., доцент, начальник ОАиД

Оглавление

1. Место дисциплины в структуре образовательной программы	4
2. Содержание и структура дисциплины (модуля).....	4
3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов.....	8
4. Фонд оценочных средств	11
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	24
6. Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ	24

1. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математические методы и модели в научных исследованиях», направлена на подготовку к сдаче кандидатских экзаменов, образовательного компонента программы аспирантуры подготовки научных и научно-исследовательских кадров в аспирантуре по научной специальности 1.1.7 Теоретическая механика, динамика машин.

Рабочая программа составлена в соответствии с Федеральными государственными требованиями к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре)», утвержденных приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Минобрнауки России) от 20 октября 2021 года № 951; Постановление Правительства Российской Федерации от 30.11.2021 № 2122 "Об утверждении Положения о подготовке научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре)".

Является неотъемлемой частью программы аспирантуры подготовки научных и научно-исследовательских кадров в аспирантуре. Дисциплина направлена на подготовку к сдаче кандидатского экзамена.

Целью освоения дисциплины является в формировании у аспирантов углубленных теоретических знаний важнейших численных методов и практических навыков в работе с интегрированными пакетами прикладных программ автоматизации инженерно-технических расчетов, применяемых для решения инженерно-технических задач.

Задачи: углубленное изучение фундаментальных знаний в области методов численного решения линейных и нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих системы и процессы в области теоретической механики, сопротивления материалов, строительной механики, биомеханики и других дисциплин; возможность решения инженерно-технических задач, возникающих при научных и практических исследованиях в указанных областях.

2. Содержание и структура дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц (108 часов).

Трудоемкость дисциплины по видам работ

Вид работы	Трудоемкость, час.
	2 курс
Лекции (Л)	14
Практические занятия (ПЗ)	6
Лабораторные работы (ЛР)	
КСР	1
Курсовая проект работа (КР)	
Расчетно - графическая работа (РГР)	
Самостоятельная работа (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных	78

пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам, рубежному контролю и т.д.)	
Подготовка и сдача экзамена	
Подготовка и сдача зачета	9
Вид итогового контроля (зачет, экзамен)	экзамен

Содержание разделов и формы текущего контроля

	Наименование и содержание раздела	Количество часов					Литература, рекомендуемая аспирантам*	
		Аудиторная работа				СРС		Всего
		Л	З	Р	КСР			
1	Методы решения систем линейных уравнений	1				6	7	6.1.1, 6.2.2, 6.3.1
2	Фермы и методы расчёта ферм в условиях равновесия. Применение СЛАУ к расчёту ферм	1				6	7	6.1.3, 6.2.1
3	Способы численного и символьного дифференцирования и интегрирования компьютерных средств	1				6	7	6.1.7.
4	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы Эйлера и Рунге-Кутты. Приложения Д.У. к теории автоматического регулирования	1				5	6	6.1.4
5	Задачи приближенного вычисления функций. Интерполяция и аппроксимация. Метод наименьших квадратов	1				6	7	6.1.2
6	Применение методов Эйлера и Рунге-Кутты к задачам динамики точки, определению удлинений стержней, нахождению прогибов из уравнения упругой линии балки. Применение методов Эйлера и Рунге-Кутты к анализу колебаний механических систем с несколькими степенями свободы	1				5	6	6.1.3.,6.1.6
7	Линейные комбинации, линейные пространства, линейные преобразования. Задача поиска собственных значений для симметричной действительной матрицы	1				6	7	6.1.3, 6.2.1
8	Методы численного решения нелинейных уравнений. Половинное деление, метод хорд. Метод Ньютона	1				5	6	6.1.1, 6.2.2, 6.3.1
9	Уравнение теплопроводности, уравнение колебаний струны и устойчивость стержня при продольном изгибе	1				6	7	6.1.3, 6.2.1

10	Методы многомерной минимизации. Градиентный спуск. Сопряженные градиенты	1				5	6	6.1.7.
11	Введение в вариационные методы механики. Вариационная постановка и минимизация функционала. Слабая форма решения дифференциального уравнения и её преимущество в численном расчёте	1				6	7	6.1.4
12	Задачи динамики точки и простейшие уравнения сопротивления материалов как задача отыскания минимума полной энергии	1				5	6	6.1.2
13	Метод Рунге и Галёркина для решения краевой задачи.	1				5	6	6.1.3.,6.1.6
14	Балочный элемент: основы сборки в конечно-элементном методе. Одномерный линейный элемент для решение краевой задачи со смешанными граничными условиями	1			1	6	8	6.1.3, 6.2.1

_____.

3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов

Тема 1 Методы решения систем линейных уравнений

Вопросы для самостоятельного изучения (подготовке к обсуждению):

1. Численные методы дифференциального исчисления.
2. Численные методы интегрального исчисления.
3. Численные методы векторного исчисления.
4. Численные методы вариационного исчисления.

Тема 2 Фермы и методы расчёта ферм в условиях равновесия. Применение СЛАУ к расчёту ферм

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Понятие и виды ферм. Понятие устойчивости ферм.
2. Структура ферм.
3. Расчет ферм на неподвижные нагрузки.

Тема 3 Способы численного и символьного дифференцирования и интегрирования компьютерных средств

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Решение уравнения с одной переменной
2. Решение системы нелинейных уравнений
3. Решение задачи на нахождение экстремальной точки

Тема 4 Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы Эйлера и Рунге-Кутты. Приложения Д.У. к теории автоматического регулирования

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Метод Эйлера.
2. Метод Рунге-Кутты.
3. Математический аппарат теории автоматического управления.

Тема 5 Задачи приближенного вычисления функций. Интерполяция и аппроксимация. Метод наименьших квадратов

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Интерполяция.
2. Аппроксимация.
3. Метод наименьших квадратов.

Тема 6 Применение методов Эйлера и Рунге-Кутты к задачам динамики точки, определению удлинений стержней, нахождению прогибов из уравнения упругой линии балки. Применение методов Эйлера и Рунге-Кутты к анализу колебаний механических систем с несколькими степенями свободы

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Применение методов Эйлера и Рунге-Кутты к задачам динамики точки, определению удлинений стержней, нахождению прогибов из уравнения упругой линии балки.
2. Применение методов Эйлера и Рунге-Кутты к анализу колебаний механических систем с несколькими степенями свободы

Тема 7 Линейные комбинации, линейные пространства, линейные преобразования. Задача поиска собственных значений для симметричной действительной матрицы

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Линейные комбинации, линейные пространства.
2. Линейные преобразования.
3. Поиск собственных значений симметричной действительной матрицы.

Тема 8 Методы численного решения нелинейных уравнений. Половинное деление, метод хорд. Метод Ньютона

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Половинное деление.
2. Метод хорд.
3. Метод Ньютона.

Тема 9 Уравнение теплопроводности, уравнение колебаний струны и устойчивость стержня при продольном изгибе

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Уравнение теплопроводности.
2. Уравнение колебаний струны.

3. Устойчивость стержня при продольном изгибе.

Тема 10 Методы многомерной минимизации. Градиентный спуск. Сопряженные градиенты

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Многомерная минимизация.
2. Градиентный спуск.
3. Сопряженные градиенты.

Тема 11 Введение в вариационные методы механики. Вариационная постановка и минимизация функционала. Слабая форма решения дифференциального уравнения и её преимущество в численном расчёте

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Вариационные методы механики. Вариационная постановка и минимизация функционала.
2. Слабая форма решения дифференциального уравнения и ее преимущество в численном расчете.

Тема 12 Задачи динамики точки и простейшие уравнения сопротивления материалов как задача отыскания минимума полной энергии

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Динамическое действие нагрузок.
2. Задача на учет сил инерции.
3. Ударная нагрузка.
4. Упругие колебания.
5. Циклические нагрузки.

Тема 13 Метод Рунге и Галёркина для решения краевой задачи

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Проекционные методы. Метод Галеркина.
2. Метод Рунге приближенного поиска минимума функционала.

Тема 14 Балочный элемент: основы сборки в конечно-элементном методе. Одномерный линейный элемент для решение краевой задачи со смешанными граничными условиями

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Базовые положения метода конечных элементов.
2. Основные типы конечных элементов.
3. Конечно-элементная дискретизация.
4. Моделирование материалов.
5. Краткие сведения о решении конечно-элементных уравнений.

4. Фонд оценочных средств

Оценка уровня освоения дисциплины осуществляется в виде текущего и промежуточного контроля успеваемости аспирантов университета, и на основе критериев оценки уровня освоения дисциплины.

Активность обучающегося оценивается на занятиях и на основе выполненных работ и заданий, предусмотренных ФОС дисциплины.

Оценивание проводится преподавателем независимо от наличия или отсутствия обучающегося (по уважительной или неуважительной причине) на занятии. Оценка носит комплексный характер и учитывает достижения обучающегося по основным компонентам образовательного процесса за текущий период.

п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Наименование оценочного средства*
1	Методы решения систем линейных уравнений	Круглый стол, комплексное задание, ответы на вопросы
2	Фермы и методы расчёта ферм в условиях равновесия. Применение СЛАУ к расчёту ферм	Круглый стол, ответы на вопросы
3	Способы численного и символьного дифференцирования и интегрирования компьютерных средств	Круглый стол, ответы на вопросы
4	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы Эйлера и Рунге-Кутты. Приложения Д.У. к теории автоматического регулирования	Круглый стол, комплексное задание, ответы на вопросы
5	Задачи приближенного вычисления функций. Интерполяция и аппроксимация. Метод наименьших квадратов	Круглый стол, комплексное задание, ответы на вопросы
6	Применение методов Эйлера и Рунге-Кутты к задачам динамики точки, определению удлинений стержней, нахождению прогибов из уравнения упругой линии балки. Применение методов Эйлера и Рунге-Кутты к анализу	Круглый стол, комплексное задание, ответы на вопросы

	колебаний механических систем с несколькими степенями свободы	
7	Линейные комбинации, линейные пространства, линейные преобразования. Задача поиска собственных значений для симметричной действительной матрицы	Круглый стол, комплексное задание, ответы на вопросы
8	Методы численного решения нелинейных уравнений. Половинное деление, метод хорд. Метод Ньютона	Круглый стол, ответы на вопросы
9	Уравнение теплопроводности, уравнение колебаний струны и устойчивость стержня при продольном изгибе	Круглый стол, ответы на вопросы
10	Методы многомерной минимизации. Градиентный спуск. Сопряженные градиенты	Круглый стол, комплексное задание, ответы на вопросы
11	Введение в вариационные методы механики. Вариационная постановка и минимизация функционала. Слабая форма решения дифференциального уравнения и её преимущество в численном расчёте	Круглый стол, комплексное задание, ответы на вопросы
12	Задачи динамики точки и простейшие уравнения сопротивления материалов как задача отыскания минимума полной энергии	Круглый стол, комплексное задание, ответы на вопросы
13	Метод Рунге и Галёркина для решения краевой задачи.	Круглый стол, комплексное задание, ответы на вопросы
14	Балочный элемент: основы сборки в конечно-элементном методе. Одномерный линейный элемент для решение краевой задачи со смешанными граничными условиями	Круглый стол, комплексное задание, ответы на вопросы

Вопросы к экзамену

1. СЛАУ и способы их решения; различные случаи; решение задачи нахождения усилий в стержнях фермы.

2. Численное и символьное дифференцирование. Реализация дифференцирования и интегрирования функций, заданных таблично. Написание кода на Maple или MATLAB к задаче по определению прогибов балки (решение уравнения упругой линии балки). Метод численного интегрирования Гаусса.

3. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши. Методы Эйлера и Рунге-Кутты. Задача о нахождение уравнения движения (случай, когда аналитическое решение найти затруднительно).

4. Способы численного и символьного дифференцирования и интегрирования компьютерных средств

5. Задача приближенного вычисления функций. Интерполяция и аппроксимация. Метод наименьших квадратов. Задача о нахождении промежуточных значений в зависимостях,

заданных таблично. Задача об определении функций, приближающих табличные данные наилучшим образом.

6. Системы дифференциальных уравнений и обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков. Задача о нахождении уравнений движений колебательной системы с несколькими степенями свободы. Сведение ОДУ к системе ДУ и численное её интегрирование.

7. Линейные комбинации, линейные пространства, линейные преобразования. Операции с матрицами направляющих косинусов. Задача о нахождении собственных значений для симметричной действительной матрицы. Задача о нахождении главных значений напряжений или моментов инерции. Нахождение главных осей тензора деформаций, инерции или тензора напряжений.

8. Решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений. Метод Ньютона.

9. Уравнение теплопроводности, колебаний струны и устойчивость стержня при продольном изгибе.

10. Методы оптимизации. Градиентный спуск.

11. Вариационные методы. Вариационная постановка. Слабая форма решения дифференциального уравнения. Задача о выводе вариационной постановки по известным определяющим уравнениям задачи.

12. Задачи динамики точки и простейшие уравнения сопротивления материалов как задача отыскания минимума полной энергии

13. Теорема Кастильяно. Методы Галёркина и Ритца в решении задач сопротивления материалов.

14. Метод конечных элементов при решении краевых задач. Реализация метода на MATLAB

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется аспиранту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола, получены полные ответы на вопросы (теоретические), корректно решены задания;

- оценка «хорошо» - была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола, не более половины ответов на теоретические вопросы не совсем полные, корректно решены задания;

- оценка «удовлетворительно» - была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола, ответы на более чем половина теоретических вопросов не совсем полные, часть заданий решена корректно;

- оценка «неудовлетворительно» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола, ответы на теоретические вопросы неправильные, задания решены некорректно;

- оценка «зачтено» выставляется аспиранту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола, задания решены корректно;

- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола, задания решены некорректно.

Типовые оценочные материалы

Раздел (тема) дисциплины Методы решения систем линейных уравнений

Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)

1. Численные методы дифференциального исчисления.
2. Численные методы интегрального исчисления.
3. Численные методы векторного исчисления.
4. Численные методы вариационного исчисления.

Комплексное задание: решить задачи с использованием знаний в области методов решения систем линейных уравнений.

1. Модуль ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

В первых двух столбцах таблицы даны значения функции $y = \operatorname{sh} 2x$ с шагом $h=0,05$. Найти значения первой и второй производной в точках $x=0,0$ $x=0,1$.

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$
0,00	0,00000				
0,05	0,10017	10 017			
0,10	0,20134	10 117	100		
0,15	0,30452	10 318	201	101	3
0,20	0,41075	10 623	305	104	3
0,25	0,52110	11 035	412	107	

2. Модуль ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Вычислить интеграл по формуле трапеций при $n=10$ и оценить погрешность вычислений.

$$\int_0^1 e^{-x^2} dx$$

3. Модуль ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ВЕКТОРНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Задача 1. Основанием четырёхугольной пирамиды $SABCD$ является параллелограмм $ABCD$. Точки P и K – середины рёбер SD и BC соответственно. Найдите разложение векторов \overrightarrow{SD} и \overrightarrow{PK} по векторам $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$.

4. Модуль ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Найти решение экстремальной задачи:

$$J(x(\cdot)) = \int_0^1 \dot{x}^3 dt \rightarrow \inf,$$

$$x(0) = 0, \quad x(1) = 1.$$

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется аспиранту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола и задания выполнены без ошибок;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола и/или задания выполнены с ошибками.

Раздел (тема) дисциплины Фермы и методы расчёта ферм в условиях равновесия.

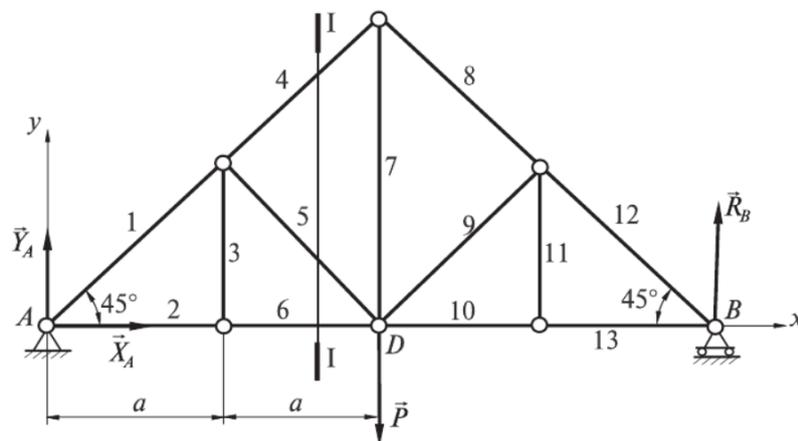
Применение СЛАУ к расчёту ферм

Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)

1. Понятие и виды ферм. Понятие устойчивости ферм.
2. Структура ферм.
3. Расчет ферм на неподвижные нагрузки.

Комплексное задание:

Задача 1. Найти усилия в стержнях фермы, изображенной на рис. 8.4, методом вырезания узлов, если к узлу D фермы приложено вертикальную силу $P = 40 \text{ кН}$.



Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется аспиранту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола и задания выполнены без ошибок;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола и/или задания выполнены с ошибками.

Раздел (тема) дисциплины Способы численного и символьного дифференцирования и интегрирования компьютерных средств

Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)

1. Решение уравнения с одной переменной
2. Решение системы нелинейных уравнений
3. Решение задачи на нахождение экстремальной точки

Комплексное задание:

Провести численное моделирование для балки прямоугольного сечения, работающей на изгиб.

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется аспиранту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола и задания выполнены без ошибок;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола и/или задания выполнены с ошибками.

Раздел (тема) дисциплины Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы Эйлера и Рунге-Кутты. Приложения Д.У. к теории автоматического регулирования

Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)

1. Метод Эйлера.
2. Метод Рунге-Кутты.
3. Математический аппарат теории автоматического управления.

Комплексное задание:

Пример 4.2. Применяя метод Эйлера, составить на отрезке $[1; 1,5]$ таблицу значений решения уравнения

$$y'' + \frac{y'}{x} + y = 0 \quad (4.11)$$

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется аспиранту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола.

**Раздел (тема) дисциплины Задачи приближенного вычисления функций.
Интерполяция и аппроксимация. Метод наименьших квадратов**

Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)

1. Интерполяция.
2. Аппроксимация.
3. Метод наименьших квадратов.

Комплексное задание

Задание.

Методом наименьших квадратов для данных, представленных в таблице, найти линейную зависимость $y = ax + b$

Данные

i	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y_i	-11,47	-7,59	-4,32	-0,41	3,01	6,91	10,12	14,08

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется аспиранту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола и задания выполнены без ошибок;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола и/или задания выполнены с ошибками.

Раздел (тема) дисциплины Применение методов Эйлера и Рунге-Кутты к задачам динамики точки, определению удлинений стержней, нахождению прогибов из уравнения упругой линии балки. Применение методов Эйлера и Рунге-Кутты к анализу колебаний механических систем с несколькими степенями свободы

Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)

1. Применение методов Эйлера и Рунге-Кутты к задачам динамики точки, определению удлинений стержней, нахождению прогибов из уравнения упругой линии балки.
2. Применение методов Эйлера и Рунге-Кутты к анализу колебаний механических систем с несколькими степенями свободы

Комплексное задание

ПРИМЕР 7.1. Методом Рунге—Кутта найти решение уравнения

$$y' = 0,25y^2 + x^2 \quad (7.6)$$

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется аспиранту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола и задания выполнены без ошибок;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола и/или задания выполнены с ошибками.

Раздел (тема) дисциплины **Линейные комбинации, линейные пространства, линейные преобразования. Задача поиска собственных значений для симметричной действительной матрицы**

Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)

1. Линейные комбинации, линейные пространства.
2. Линейные преобразования.
3. Поиск собственных значений симметричной действительной матрицы.

Комплексное задание

Найти собственные числа и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется аспиранту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола и задания выполнены без ошибок;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола и/или задания выполнены с ошибками.

Раздел (тема) дисциплины **Методы численного решения нелинейных уравнений. Половинное деление, метод хорд. Метод Ньютона**

Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)

1. Половинное деление.
2. Метод хорд.
3. Метод Ньютона.

Комплексное задание

ПРИМЕР 1.1. Найти вещественные корни системы

$$F(x, y) \equiv 2x^3 - y^2 - 1 = 0,$$

$$G(x, y) \equiv xy^3 - y - 4 = 0.$$

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется аспиранту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола и задания выполнены без ошибок;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола и/или задания выполнены с ошибками.

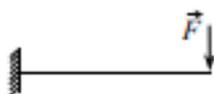
Раздел (тема) дисциплины Уравнение теплопроводности, уравнение колебаний струны и устойчивость стержня при продольном изгибе

Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)

1. Уравнение теплопроводности.
2. Уравнение колебаний струны.
3. Устойчивость стержня при продольном изгибе.

Комплексное задание

6.6. Балка квадратного сечения, зашцеplенная одним концом, на свободном конце



нагружена силой F . В первом варианте сила F направлена параллельно стороне квадрата, а во втором совпадает с его диагональю. Как изменится величина силы F при переходе от первого варианта ко второму при условии, что наибольшие нормальные напряжения в обоих случаях одинаковы?

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется аспиранту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола и задания выполнены без ошибок;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола и/или задания выполнены с ошибками.

Раздел (тема) дисциплины Методы многомерной минимизации. Градиентный спуск. Сопряженные градиенты

Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)

1. Многомерная минимизация.

2. Градиентный спуск.
3. Сопряженные градиенты.

Комплексное задание

Пример. Рассмотрим функцию $f(x) = 9x_1^2 + x_2^2$, выберем $x^0 = (1, 1)^T$ и найдем точку минимума с погрешностью $\varepsilon = 0.5$, взяв в качестве критерия остановки условие $\|x^{k+1} - x^k\| \leq \varepsilon$

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется аспиранту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола и задания выполнены без ошибок;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола и/или задания выполнены с ошибками.

Раздел (тема) дисциплины Введение в вариационные методы механики. Вариационная постановка и минимизация функционала. Слабая форма решения дифференциального уравнения и её преимущество в численном расчёте

Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)

1. Вариационные методы механики. Вариационная постановка и минимизация функционала.
2. Слабая форма решения дифференциального уравнения и ее преимущество в численном расчете.

Комплексное задание

Пример 2. Показать, что кривые $y(x) = \frac{\sin nx}{n^2}$, где n достаточно велико, и $y_1(x) \equiv 0$ на $[0, \pi]$ близки в смысле близости первого порядка.

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется аспиранту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола и задания выполнены без ошибок;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола и/или задания выполнены с ошибками.

Раздел (тема) дисциплины Задачи динамики точки и простейшие уравнения сопротивления материалов как задача отыскания минимума полной энергии

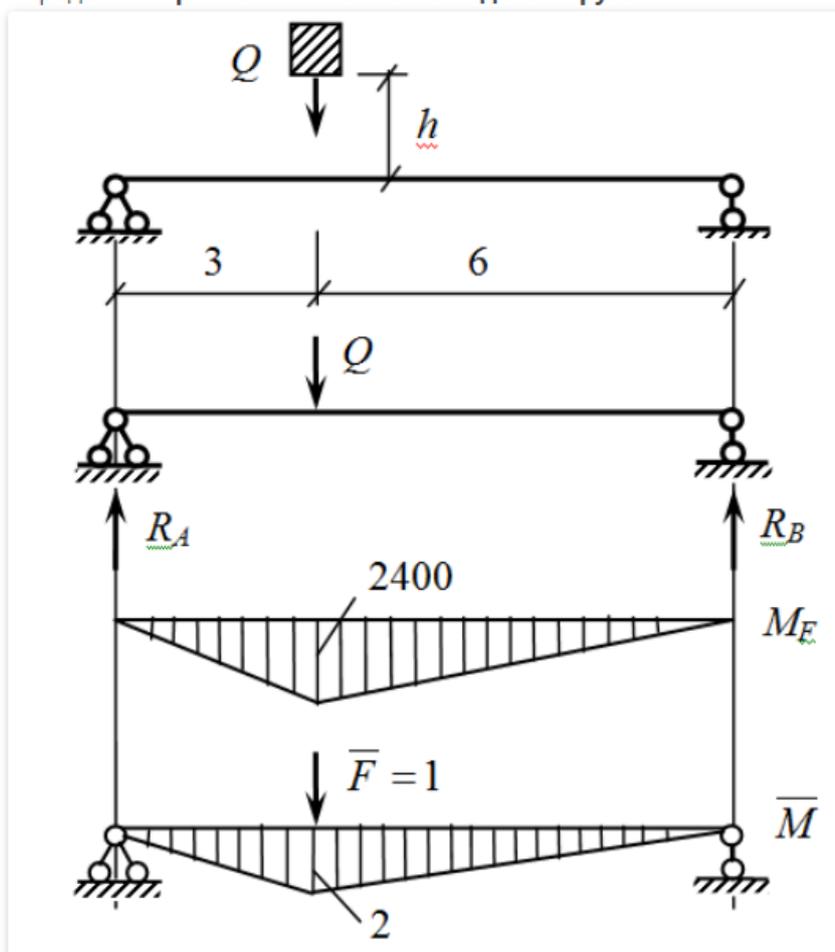
Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)

1. Динамическое действие нагрузок.
2. Задача на учет сил инерции.
3. Ударная нагрузка.
4. Упругие колебания.
5. Циклические нагрузки.

Комплексное задание

На двутавровую балку (№ 20) длиной $l=9\text{ м}$, свободно лежащую на двух жестких опорах, с высоты $h=5\text{ см}$ падает груз $Q=1200\text{ Н}$.

Требуется: найти наибольшее нормальное напряжение в балке и определить прогиб балки в месте падения груза.



Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется аспиранту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола и задания выполнены без ошибок;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола и/или задания выполнены с ошибками.

Раздел (тема) дисциплины Метод Рунге и Галёркина для решения краевой задачи

Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)

1. Проекционные методы. Метод Галеркина.
2. Метод Рунге приближенного поиска минимума функционала.

Комплексное задание

Пример 2.1. С помощью метода Рунге постройте приближенное решение задачи

$$\begin{cases} -(p(x)u'(x))' + q(x)u(x) = f(x), & x \in (0, 1), \\ u(0) = 0, & u'(1) + u(1) = \mu, \end{cases} \quad (2.1)$$

где $p(x) > 0$ и $q(x) \geq 0$.

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется аспиранту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола и задания выполнены без ошибок;

- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола и/или задания выполнены с ошибками.

Раздел (тема) дисциплины Балочный элемент: основы сборки в конечно-элементном методе. Одномерный линейный элемент для решение краевой задачи со смешанными граничными условиями

Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)

1. Базовые положения метода конечных элементов.
2. Основные типы конечных элементов.
3. Конечно-элементная дискретизация.
4. Моделирование материалов.
5. Краткие сведения о решении конечно-элементных уравнений.

Комплексное задание

Провести численный эксперимент истечения жидкости из сосуда

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется аспиранту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола и задания выполнены без ошибок;

- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола и/или задания выполнены с ошибками.

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1 Литература Рекомендованная литература для изучения дисциплины:

1. Курс теоретической механики : учебник для вузов / В. И. Дронг [и др.] ; под ред. К. С. Колесникова, В. В. Дубинина .— 4-е изд., испр. — Москва : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011 .

2. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: ГИФМЛ, 1961

3. Ahmed A. Shabana - Computational Dynamics, Third Edition, 2010

4. J.N. Reddy - An Introduction to the Finite Element Method, 3rd Edition-McGraw-Hill Education (ISE Editions), 2005

5. G. Strang - Computational Science and Engineering, Wellesley-Cambridge Press, 2007

6. Метод конечных элементов в механике твердых тел / А. С. Сахаров [и др.] .— Киев ; Лейпциг : Вища школа, 1982 .

7. Писаренко Г.С., Справочник по сопротивлению материалов, Киев, Наукова думка, 1988 г.

8. Линейная алгебра и ее применение / Г. Стренг ; Пер. с англ. Ю.А.Кузнецова; Под ред. Г.И.Марчука .— М. : Мир, 1980.

9. Теория метода конечных элементов / Пер. с англ. В.И.Агошкова; Под ред. Г.И.Марчука .— М. : Мир, 1977 .

5.2 Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Для изучения дисциплины рекомендованы следующие базы данных и информационные справочные системы:

1. Патентная база данных компании Questel Orbit <http://www.orbit.com>;

2. База данных Proquest Dissertations and Theses Global <http://search.proquest.com>;

3. Справочно-правовая система «Консультант»;

4. Информационно-справочная система «Технорма».

5.3 Интернет-ресурсы

Перечень рекомендованных интернет-ресурсов приведен на сайте библиотеки УГАТУ http://www.library.ugatu.ac.ru/res/zhurnaly_18062019.pdf

5.4 Методические указания к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы

Печатное издание

Численные методы анализа и линейной алгебры. Использование Matlab и Scilab [Электронный ресурс] / Квасов Б. И. — Санкт-Петербург : Лань, 2016 .

5.5 Методические указания к лабораторным работам

Печатное издание

Расчет напряженно-деформированного состояния балки в программе конечно-элементного анализа ANSYS : методические указания к лабораторной работе по дисциплинам "Прикладные задачи теплообмена" и "Компьютерные технологии в науке и производстве (теплоэнергетике)" / сост. В. М. Кудоярова Основы высшей математики в пакете Maple : методические рекомендации по дисциплине "Прикладное программное обеспечение" / В. О. Лукашук ; Уфимский государственный авиационный технический университет, Кафедра высокопроизводительных вычислительных технологий и систем .— Уфа : РИК УГАТУ, 2017.

Численные методы решения обратных задач : лабораторный практикум по дисциплине "Обратные задачи в технике" / С. Ю. Лукашук ; Уфимский государственный авиационный технический университет (УГАТУ), Кафедра высокопроизводительных вычислительных технологий и систем .— Уфа : РИК УГАТУ, 2017 Основы работы в Matlab : методические указания к лабораторным работам по дисциплине "Информатика" / М. П. Карчевская, О. Л. Рамбургер, С. В. Тархов ; Уфимский государственный авиационный технический университет (УГАТУ), Кафедра информатики .— Уфа : УГАТУ, 2005

Метод конечных элементов в механике деформируемых твердых тел / А. И. Голованов, Д. В. Бережной ; Казанский государственный университет .— Казань : ДАС, 2001.

6. Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ

При инклюзивном обучении лиц с ОВЗ предоставляется возможность использовать следующие материально-технические средства:

- для аспирантов с ОВЗ по зрению предусматривается применение средств преобразования визуальной информации в аудио и тактильные сигналы, таких как,

брайлевская компьютерная техника, электронные лупы, видеоувеличители, программы невидимого доступа к информации, программы-синтезаторов речи;

- для аспирантов с ОВЗ по слуху предусматривается применение сурдотехнических средств, таких как, системы беспроводной передачи звука, техники для усиления звука, видеотехника, мультимедийная техника и другие средства передачи информации в доступных формах;

для аспирантов с нарушениями опорно-двигательной функции предусматривается применение специальной компьютерной техники с соответствующим программным обеспечением, в том числе, специальные возможности операционных систем, таких, как экранная клавиатура и альтернативные устройства ввода информации.